TRANSFORMACIONES LINEALES

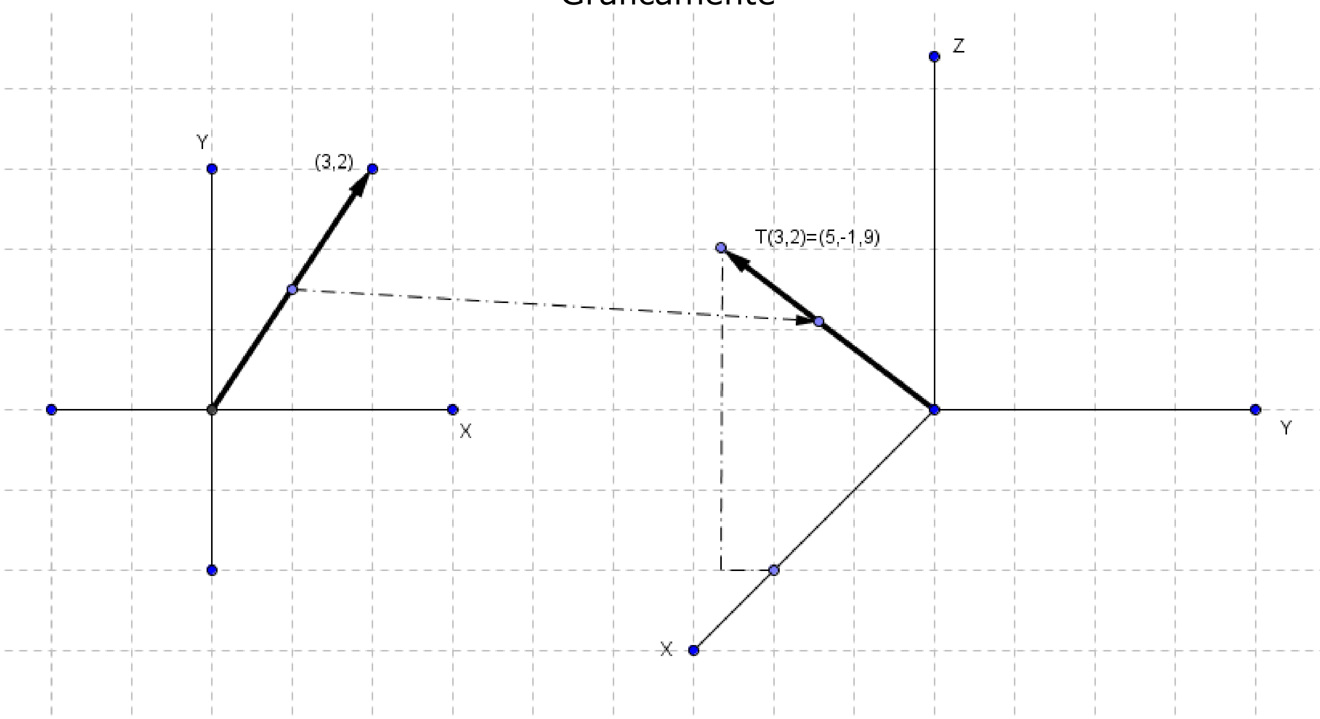
Una transformación entre dos espacios vectoriales R^n y R^m es una función $T: R^n \rightarrow R^m$ que transforma (relaciona) vectores de R^n con vectores de R^m de acuerdo a una regla determinada. Así , la transformación lineal $T: R^2 \rightarrow R^3$ definida mediante la expresión

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ x-y \\ 3y \end{pmatrix}$$

Es una transformación que relaciona vectores de espacio vectorial R^2 con vectores del espacio R^3, mediante la regla que permite determinar las componentes de los vectores en el espacio. De tal manera que el vector $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ de R^2 lo envía en el vector de R^3 cuyas componentes son

$$T\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+3 \\ 2-3 \\ 3*3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Gráficamente

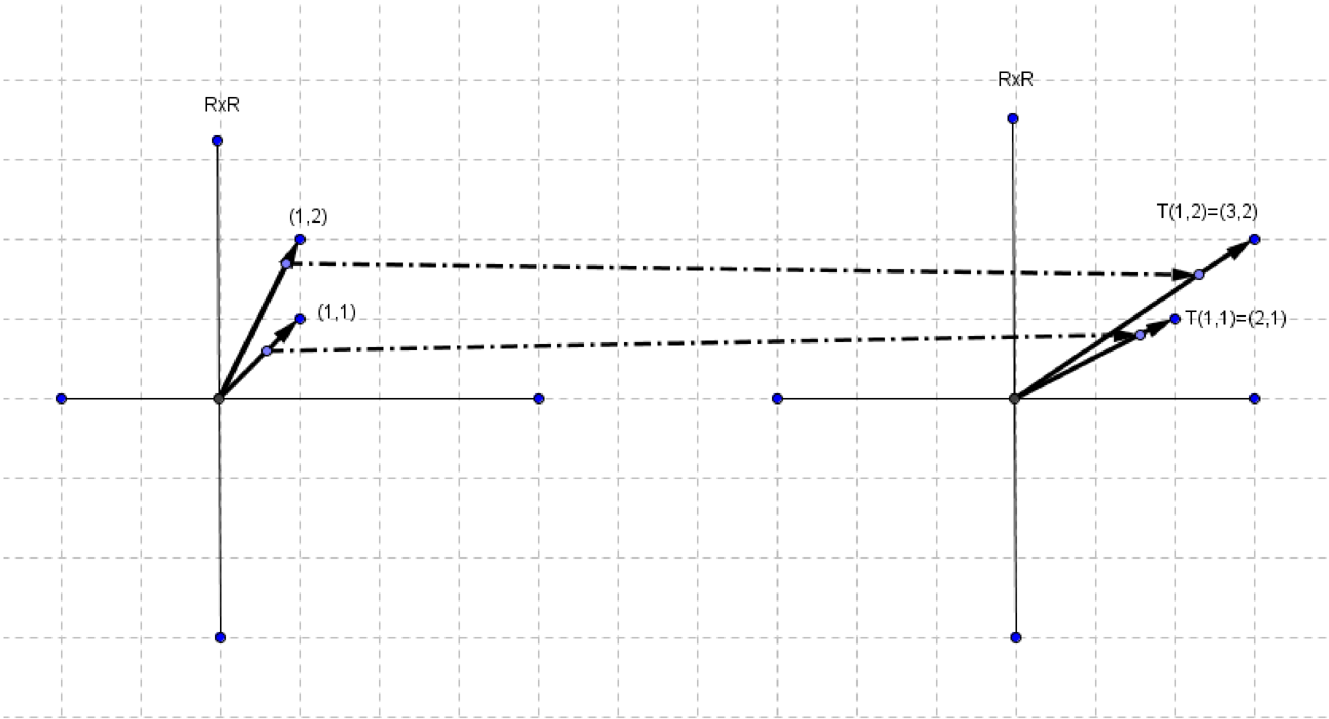


Ejemplo. Evaluar las transformaciones dadas en los puntos indicados.

a) dado $T: R^2 \rightarrow R^2$ definida por $T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ y \end{pmatrix}$, determine

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad T\begin{pmatrix} -2 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3-5 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -5 \end{pmatrix} \quad ; \quad T\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Gráficamente tenemos:



b) Dada la $T: R^3 \rightarrow R^4$ definida por $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x+y \\ 3y-2z \\ xy+z \\ 2z-3 \end{pmatrix}$, evaluar

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2*1+3 \\ 3*3-2*1 \\ 1*3+1 \\ 2*1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \quad ; \quad T\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2*2+3 \\ 3*3-2*4 \\ 2*3+4 \\ 2*4-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}$$

TRANSFORMACIONES LINEALES

Sean V y W dos espacios vectoriales. Una transformación lineal de V en W es una función $T: V \to W$ tal que para todos los vectores $u, v \in V$, y cualquier escalar k, se verifican las siguientes propiedades.

1) $T(u+v) = T(u) + T(v)$ 2) $T(ku) = kT(u)$

Dada una transformación entre dos espacios vectoriales, para determinar si esta es lineal, debemos comprobar que se cumplen las dos propiedades de linealidad.

Ejemplo. Demuestre que la transformación $T: R^2 \to R^2$ definida por $T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+2y \\ x+3y \end{pmatrix}$ es lineal.

Para verificar las propiedades, tomemos dos vectores de R^2, sean

$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ y $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ y sea un escalar k, por definición de operaciones entre vectores tenemos que : $u+v = \begin{pmatrix} u_1+v_1 \\ u_2+v_2 \end{pmatrix}$ y $ku = \begin{pmatrix} ku_1 \\ ku_2 \end{pmatrix}$ luego

$$T(u+v) = T\begin{pmatrix} u_1+v_1 \\ u_2+v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1+v_1+2(u_2+v_2) \\ u_1+v_1+3(u_2+v_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (u_1+2v_1)+(u_2+2v_2) \\ (u_1+3v_1)+(u_2+3v_2) \end{pmatrix}$$

$$T(u+v) = \begin{pmatrix} u_1+2v_1 \\ u_1+3v_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_2+2v_2 \\ u_2+3v_2 \end{pmatrix} = T(u)+T(v)$$

$$T(ku) = T\begin{pmatrix} ku_1 \\ ku_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ku_1+2ku_2 \\ ku_1+3ku_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k(u_1+2u_2) \\ k(u_1+3u_2) \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} u_1+2u_2 \\ u_1+3u_2 \end{pmatrix} = kT(u)$$

Como se cumplen las dos propiedades, decimos que la transformación dada es lineal.

Ejemplo 2. Demuestre que la transformación $T:R^3 \to R^2$ definida por $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+z \\ y-z \end{pmatrix}$ es lineal.

Para verificar las propiedades, tomemos dos vectores de R^2, sean

$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$ y $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix}$ y sea un escalar k, por definición de operaciones entre vectores tenemos que : $u+v = \begin{pmatrix} u_1+v_1 \\ u_2+v_2 \\ u_3+v_3 \end{pmatrix}$ y $ku = \begin{pmatrix} ku_1 \\ ku_2 \\ ku_3 \end{pmatrix}$ luego

$$T(u+v) = T\begin{pmatrix} u_1+v_1 \\ u_2+v_2 \\ u_3+v_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (u_1+v_1)+(u_3+v_3) \\ (u_2+v_2)-(u_3+v_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (u_1+u_3)+(v_1+v_3) \\ (u_2-u_3)+(v_1-v_3) \end{pmatrix}$$

$$T(u+v) = \begin{pmatrix} u_1+u_3 \\ u_2-u_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1+v_3 \\ v_1-v_3 \end{pmatrix} = T(u)+T(v)$$

$$T(ku) = T\begin{pmatrix} ku_1 \\ ku_2 \\ ku_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ku_1+ku_3 \\ ku_2-ku_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k(u_1+u_3) \\ k(u_2-u_3) \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} u_1+u_3 \\ u_2-u_3 \end{pmatrix} = kT(u)$$

Luego la transformación es lineal.

Ejercicio. Sea A una matriz m x n . demuestre que la transformación $T:M_{nxk} \to M_{mxk}$ definida por $T(B) = AB$ es lineal.

Ejercicio. Determine si la transformación lineal $T:R^4 \to R^3$ definida por $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y-2z \\ 2x+4w \\ y-2z+w \end{pmatrix}$ es lineal.

PROPIEDADES DE LAS TRANSFORMACIONES LINEALES.

Sea $T: V \to W$ una transformación lineal. Entonces.

a) $T(0_V) = 0_W$ b) $T(-v) = -T(v)$

DEFINICION. Sea $T: R^n \to R^m$ una transformación lineal. Sea $e_1, e_2, e_3, ..., e_n$ la base estándar del espacio vectorial R^n y sea $A = [T(e_1), T(e_2), T(e_3)......, T(e_n)]$ la matriz cuyas columnas son las imágenes de $e_1, e_2, e_3, ..., e_n$ entonces $T(x) = Ax$ Para todo $x \in R^n$. La matriz A se llama la matriz de la transformación.

Ejemplo. Encuentre la matriz de la transformación $T: R^3 \to R^2$ definida por

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 2y \\ y + 3z \end{pmatrix}.$$

La base estándar del espacio vectorial R^3 esta dada por los vectores

$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $e_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ y evaluando la transformación tenemos:

$$T\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 2(0) \\ 0 + 3(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad ; \; T\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 2(1) \\ 1 + 3(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad ; \; T\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 2(0) \\ 0 + 3(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Luego la matriz de transformación es : $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

Ejemplo. Encuentre la matriz de transformación de $T: R^4 \to R^3$

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2y - 2z \\ 2x + 4w \\ y - 2z + w \end{pmatrix}.$$

La base estándar del espacio vectorial R^4 es:

$e_1=\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}$, $e_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}$, $e_3=\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix}$, $e_4=\begin{pmatrix}0\\0\\0\\1\end{pmatrix}$, Evaluando la transformación tenemos:

$$T(e_1)=\begin{pmatrix}1+2(0)-2(0)\\2(1)+4(0)\\0-2(0)+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\\0\end{pmatrix}\ , \qquad T(e_2)=\begin{pmatrix}0+2(1)-2(0)\\2(0)+4(0)\\1-2(0)+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\0\\1\end{pmatrix}$$

$$T(e_3)=\begin{pmatrix}0+2(0)-2(1)\\2(0)+4(0)\\0-2(1)+0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\0\\-2\end{pmatrix} \quad ; \quad T(e_4)=\begin{pmatrix}0\\4\\1\end{pmatrix}$$

luego la matriz de la transformación es:

$$A=\begin{pmatrix}1&2&-2&0\\2&0&0&4\\0&1&-2&1\end{pmatrix}$$

EJERCICIO0. ENCUENTRE LA MATRIZ ASOCIADA A LAS SIGUIENTES TRANSFORMACIONES LINEALES.

A) $T:R^2\to R^3$ DEFINIDA POR $T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+2y\\2x-y\\3x-2y\end{pmatrix}$

B) $T:R^3\to R^3$ DEFINIDA POR $T\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x+2y+z\\2x-4y-2z\\-3x+6y-2z\end{pmatrix}$

C) $T:R^3\to R^4$ DEFINIDA POR $T\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x-y\\4x-2y+3z\\-6x+3y-9z\\4x+y-2z\end{pmatrix}$

TEOREMA: Sean V y W dos espacios vectoriales. Una transformación de V en W es una función $T:V\rightarrow W$ es lineal si preserva la combinación lineal entre elementos de ambos espacios es decir, si para todos los vectores $v_i \in V$, y cualquier escalar $k_i \in R$,con $i=1,2,3....,n$ se verifica la siguiente propiedad.

$$T(k_1v_1+k_2v_2+k_3v_3+.....+k_nv_n)=k_1T(v_1)+k_2T(v_2)+k_3T(v_3)+......k_4T(v_4)$$

Es decir:

$$T\left(\sum_{i=1}^{n}k_iv_i\right)=\sum_{i=1}^{n}k_iT(v_i)$$

Ejemplo. Aplicar el teorema para demostrar que la transformación $T:R^2\rightarrow R^3$ definida por $T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+2y\\2x+4y\\y-2x\end{pmatrix}$ es lineal.

Solución. Sean $u_1=\begin{pmatrix}x_1\\y_1\end{pmatrix}$ y $u_2=\begin{pmatrix}x_2\\y_2\end{pmatrix}$ dos vectores de R^2 y sean los escalares $k_1;k_2$. Una combinación lineal de los vectores es de la forma:

$$k_1u_1+k_2u_2=k_1\begin{pmatrix}x_1\\y_1\end{pmatrix}+k_2\begin{pmatrix}x_2\\y_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}k_1x_1+k_2x_2\\k_1y_1+k_2y_2\end{pmatrix}$$

Luego: $T(k_1u_1+k_2u_2)=T\begin{pmatrix}k_1x_1+k_2x_2\\k_1y_1+k_2y_2\end{pmatrix}$ $\qquad T1\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+2y\\2x+4y\\y-2x\end{pmatrix}$

$$T(k_1u_1+k_2u_2)=\begin{pmatrix}k_1x_1+k_2x_2+2(k_1y_1+k_2y_2)\\2(k_1x_1+k_2x_2)+4(k_1y_1+k_2y_2)\\k_1x_1+k_2x_2-4(k_1y_1+k_2y_2)\end{pmatrix}$$

$$T(k_1u_1+k_2u_2)=\begin{pmatrix}k_1x_1+2k_1y_1+k_2x_2+2k_2y_2\\2k_1x_1+4k_1y_1+2k_2x_2+4k_2y_2\\k_1y_1-2k_1x_1+k_2y_2-2k_2x_2\end{pmatrix}$$

$$T(k_1u_1+k_2u_2)=\begin{pmatrix} k_1x_1+2k_1y_1 \\ 2k_1x_1+4k_1y_1 \\ k_1y_1-2k_1x_1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} k_2x_2+2k_2y_2) \\ 2k_2x_2+4k_2y_2) \\ k_2y_2-2k_2x_2) \end{pmatrix}$$

$$T(k_1u_1+k_2u_2)=k_1\begin{pmatrix} x_1+2y_1 \\ 2x_1+4y_1 \\ y_1-2x_1 \end{pmatrix}+k_2\begin{pmatrix} x_2+2y_2) \\ 2x_2+4y_2) \\ y_2-2x_2) \end{pmatrix}$$

$$T(k_1u_1+k_2u_2)=k_1T(u_1)+k_2T(u_2)$$

Como preserva la combinación lineal , entonces cumple con el teorema y es consecuencia es una transformación lineal.

Ejercicio aplicar el teorema de la conservación de la linealidad para verificar si las siguientes transformaciones son lineales:

a) $T:R^2\to R^2$ definida por $T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x+y \\ 2y+3z \end{pmatrix}$

b) $T:R^3\to R^2$ definida por $T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2y-3x \\ y+3z \end{pmatrix}$

Teorema. Sean U , V y W espacios vectoriales y $T1:U\to V$ $T2:V\to W$ transformaciones lineales definidos entre ellos. Entonces la transformación $T:U\to W$ definida por $T=T2\circ T1$ también es una transformación lineal. E4n otras palabras la compuesta de dos transformaciones lineales, es otra transformación lineal.

Ejemplo. Si $T1:R^2\to R^3$ y $T2:R^3\to R^4$ dos transformaciones lineales definidas por $T1\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x+2y \\ 2x+4y \\ y-2x \end{pmatrix}$ y $T2\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2x+y \\ y-2z \\ 4z+x \\ z+2x \end{pmatrix}$ determine la transformación compuesta y demuestre que es lineal.

La transformación compuesta $T:R^2\to R^4$ esta definida por: $T=T2\circ T1$ luego

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (T2 \circ T1)\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = T2\left(T1\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = T2\begin{pmatrix} x+2y \\ 2x+4y \\ y-2x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(x+2y)+(2x+4y) \\ (2x+4y)-2(y-2x) \\ 4(y-2x)+(x+2y) \\ (y-2x)+2(x+2y) \end{pmatrix}$$

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x+4y+2x+4y \\ 2x+4y-2y+4x \\ 4y-8x+x+2y \\ y-2x+2x+4y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4x+8y \\ 6x+2y \\ 6y-7x \\ 5y \end{pmatrix}$$

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4x+8y \\ 6x+2y \\ 6y-7x \\ 5y \end{pmatrix}$$

Verifiquemos que es una transformación lineal.

Sean $u_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ y $u_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$ dos vectores de R^2 y sean los escalares $k_1; k_2$. Una combinación lineal de los vectores es de la forma:

$$k_1 u_1 + k_2 u_2 = k_1\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + k_2\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 x_1 + k_2 x_2 \\ k_1 y_1 + k_2 y_2 \end{pmatrix}$$ luego

$$T(k_1 u_1 + k_2 u_2) = T\begin{pmatrix} k_1 x_1 + k_2 x_2 \\ k_1 y_1 + k_2 y_2 \end{pmatrix}$$

$$T(k_2 u_1 + k_2 u_2) = \begin{pmatrix} 4(k_1 x_1 + k_2 x_2) + 8(k_1 y_1 + k_2 y_2) \\ 6(k_1 x_1 + k_2 x_2) + 2(k_1 y_1 + k_2 y_2) \\ 6(k_1 y_1 + k_2 y_2) - 7(k_1 x_1 + k_2 x_2) \\ 5(k_1 y_1 + k_2 y_2) \end{pmatrix}$$

$$T(k_2 u_1 + k_2 u_2) = \begin{pmatrix} 4k_1 x_1 + 4k_2 x_2 + 8k_1 y_1 + 8k_2 y_2 \\ 6k_1 x_1 + 6k_2 x_2 + 2k_1 y_1 + 2k_2 y_2 \\ 6k_1 y_1 + 6k_2 y_2 - 7k_1 x_1 - 7k_2 x_2 \\ 5k_1 y_1 + 5k_2 y_2 \end{pmatrix}$$

$$T(k_2u_1+k_2u_2)=\begin{pmatrix}4k_1x_1+8k_1y_1+4k_2x_2+8k_2y_2\\6k_1x_1+2k_1y_1+6k_2x_2+2k_2y_2\\6k_1y_1-7k_1x_1+6k_2y_2-7k_2x_2\\5k_1y_1+5k_2y_2\end{pmatrix}$$

$$T(k_2u_1+k_2u_2)=\begin{pmatrix}4k_1x_1+8k_1y_1\\6k_1x_1+2k_1y_1\\6k_1y_1-7k_1x_1\\5k_1y_1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}4k_2x_2+8k_2y_2\\6k_2x_2+2k_2y_2\\6k_2y_2-7k_2x_2\\5k_2y_2\end{pmatrix}$$

$$T(k_2u_1+k_2u_2)=k_1\begin{pmatrix}4x_1+8y_1\\6x_1+2y_1\\6y_1-7x_1\\5y_1\end{pmatrix}+k_2\begin{pmatrix}4x_2+8y_2\\6x_2+2y_2\\6y_2-7x_2\\5y_2\end{pmatrix}$$

$$T(k_2u_1+k_2u_2)=k_1T(u_1)+k_2T(u_2)$$

TEOREMA: Sean U , V y W espacios vectoriales y $T1:U\rightarrow V$ $T2:V\rightarrow W$ transformaciones lineales definidos entre ellos. Y sean **A** y **B** las matrices asociadas a las transformaciones lineales, entonces la matriz **BA** es la matriz asociada a la transformación compuesta $T=T2\circ T1$.

EJEMPLO. COMPUEBE EL TEOREMA PARA LAS SIGUIENTES TRANFOTMACIONES LINEALES.

$T1:R^2\rightarrow R^3$ DEFINIDA POR $T1\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x+y\\x-y\\2x+3y\end{pmatrix}$ la matriz asociada es :

$$A=\left(T1\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\quad T1\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right)=\left(\begin{pmatrix}1+0\\1-0\\2+0\end{pmatrix}\quad\begin{pmatrix}0+1\\0-1\\0+3\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\\2&3\end{pmatrix}$$

$T2:R^3\rightarrow R^2$ DEFINIDA POR $T2\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x-y+z\\-2x+2y-2z\end{pmatrix}$ la matriz asociada es :

$$B=\left(T2\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\quad T2\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\quad T2\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\-2 & 2 & -2\end{pmatrix}$$

La matriz BA es:

$$BA=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\-2 & 2 & -2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\1 & -1\\2 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 5\\-4 & -10\end{pmatrix}$$

Ahora la transformación compuesta es: $T=T2\circ T1$ esta definida por

$$T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=T2\left(T1\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}\right)=T2\begin{pmatrix}x+y\\x-y\\2x+3y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(x+y)-(x-y)+(2x+3y\\-2(x+y)+2(x-y)-2(2x+3y)\end{pmatrix}$$

$T\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2x+5y\\-4x-10y)\end{pmatrix}$ y la matriz asociada es:

$C=\left(T\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\quad T\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right)=\begin{pmatrix}2 & 5\\-4 & -10\end{pmatrix}$ como se puede ver las matrices asociadas **BA** y **C** son iguales.